

El electrón: un objeto misterioso

C U Á N T I C A

- ¿Qué es la **Mecánica Cuántica**?
- ¿Qué **principios** sigue?
- ¿Es una teoría **incontestable**?
- ¿Es una serie de **reglas matemáticas**?
- ¿Es un saber **bien establecido**, acabado?
- ¿Es un **misterio** aún sin desvelar?
- ¿**Para qué sirve**?
- ¿Puede conocerse y **entenderse**?
- ¿Qué **significa conocer** el hecho cuántico?
- ¿Dónde reside su **complejidad**?
- ¿Qué significa **saberla, interpretarla**?
- ¿Es **capaz de explicar** el universo?
- ¿Es capaz de **describir el futuro**?
- ¿Hay **no causalidad** en su formulación?
- ¿Es **paradójica** y **apriorística**?
- ¿Condiciona el **libre albedrío**?
- ¿Qué es el **entrelazamiento cuántico**?

Desde hace *más de un siglo* nuestra sociedad occidental vive enmarcada en un *escenario científico y tecnológico*, cuyos fundamentos aún no están *suficientemente interpretados ni entendidos*.

La materia es
"espacio lleno",
en el tiempo



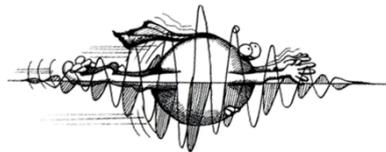
Desde hace *más de un siglo* nuestra sociedad occidental vive enmarcada en un *escenario científico y tecnológico*, cuyos fundamentos aún no están *suficientemente interpretados ni entendidos*.





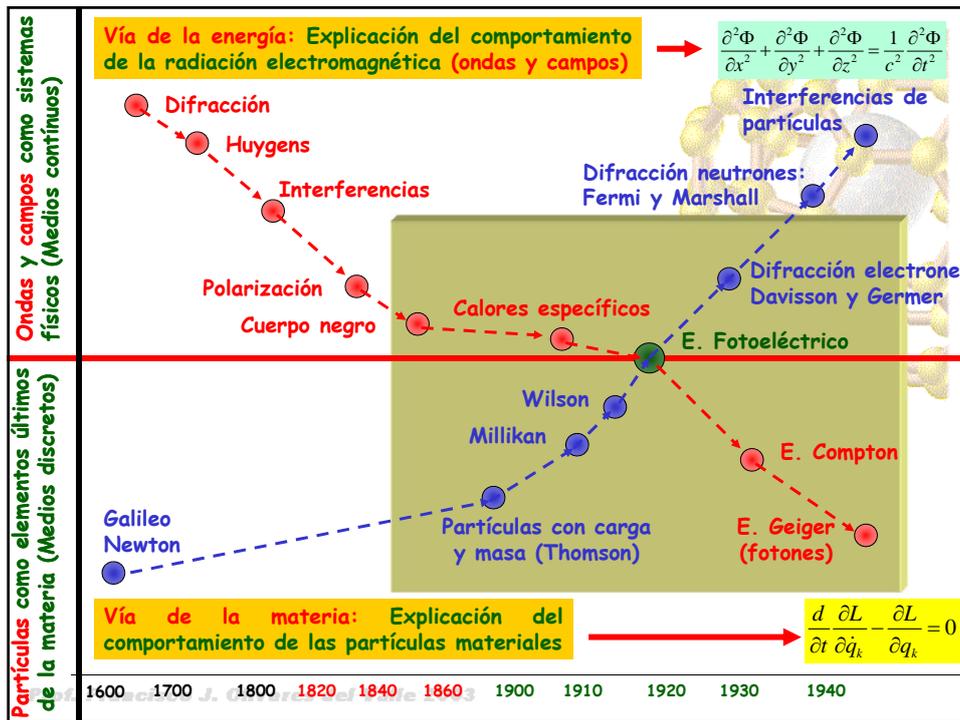
La **física moderna** (plagada de conceptos **cuánticos** y **relativistas**) con un **entramado matemático** perfectamente determinado, adolece de **lagunas interpretativas** que conducen a **curiosas paradojas** y **graves contradicciones**.

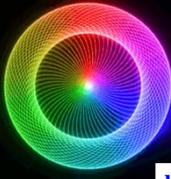
Elo origina **ambiguas** situaciones que, las más de las veces, nuestra **imaginación** se atreve a concebir como **fenómenos fantasmales** y **metafísicos**, exentos, sin duda, de **realidad**.



Esta **charla-coloquio** forma parte de un **programa periódico** en el que trataré de abordar, del modo más didáctico y pedagógico posible, la **descripción** de las **paradojas** más importantes que afectan a la física contemporánea, tanto en el terreno **cuántico** como el **relativista**; incluyendo, según el caso, los elementos **físicos**, **epistemológicos**, **lingüísticos**, **filológicos** e **históricos** determinantes.







Acción

h

Cuantones

Mundo clásico

ONDA
PARTÍCULAS

Mundo cuántico

ONDAS—PARTÍCULAS

1 ergio = 1×10^{-7} julios
 1 ergio = 2.389×10^{-8} cal
 1 ergio = $624,15$ GeV = $6,2415 \times 10^{11}$ eV
 1 ergio = 1 dyn cm = $1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
 1 eV/c² = $1.78266181 \times 10^{-36}$ kg

6.62×10^{-27} erg·seg

0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 006 627

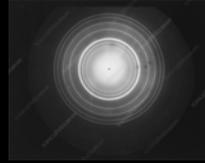
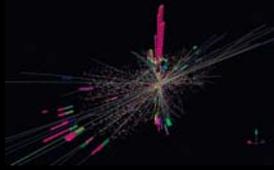
Lenguaje inadecuado:

- En el dominio cuántico (cambios en la *acción* $\sim \hbar$), las partículas “*llegan a ser ondas*” o las ondas “*se transforman en partículas*”.
- Los objetos cuánticos tienen una esencia dual, a la vez *onda* y *corpúsculo*.

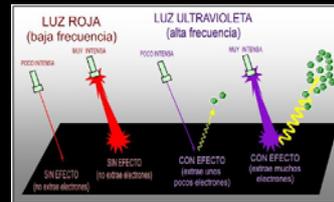
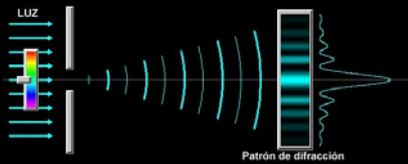
Lenguaje adecuado:
 Existen *entidades*, con características muy concretas y diferenciadas, que son propiamente *cuánticas*: **cuantones**.

Desde el punto de vista de la teoría cuántica, no existe más que una clase de objetos, los **cuantones**:

Electrones: colisiones (**partículas**) y difracción (**ondas**)



Luz: difracción (**ondas**) y efecto fotoeléctrico (**partículas** o fotones)



Estos **cuantones**, en ciertas condiciones (para valores de la **acción** característica muy superiores a \hbar) pueden presentar, unos y otros, los dos aspectos (complementarios), y ser aproximadamente descritos o bien como partículas o bien como ondas.

LEYES

POSTULADO I. INFORMACIÓN Ψ

- Describir: sólo lo que hará (**cómo**), no lo que es (**por qué**)
- Superposición e interferencia de infinitas opciones (historias)
- El gato de Schrödinger: colapso de Ψ con la observación
- Interpretación probabilística: colectividad más que individualidad

POSTULADO II. SABER \hat{O}

- Preguntar: sólo preguntas válidas (**medibles y observables**)
- Respuestas: reales (**no imaginarias**)
- Elementos locales de la realidad (**entrelazamiento cuántico**)

POSTULADO III. MIRAR $\hat{O}\Psi = o\Psi$

- El resultado de una medida es aleatorio (**probabilístico**)
- Tras realizar una medida: Ψ colapsa al estado medido (**el estado del sistema cambia**)
- Principio de Indeterminación (**incertidumbre?**)
- Par de propiedades complementarias: no podrán ser medidas **sin influirse entre sí**
- ¿Quién es el observador?: ¿Influye en la medida?

POSTULADO IV. CAMBIO

- La evolución de la INFORMACIÓN (**t**) no está regida por el azar: (**Schrödinger**)
- Evolución en paralelo: varios estados superpuestos evolucionan (**t**) a la vez

$$\hat{H} \times \Psi = a \times \Psi$$

OPERADOR
 Símbolo para un procedimiento matemático que transforma una función en otra

\hat{H} $\hat{H} \equiv +, -, \times, \wedge, :, \cup, \cap, \|, \parallel, \langle, \rangle$ $\hat{H} \equiv \sqrt{\quad}, \sqrt[3]{\quad}, \sqrt[5]{\quad}, (\quad)^2, (\quad)^3, (\quad)^4$

$\hat{H} \equiv \frac{\partial}{\partial q}, \frac{\partial^2}{\partial q^2}, L, \overset{r}{\nabla}, \nabla^2, \int_a^b (\quad) dq, \int_a^b (\quad) d\tau, L$

Ψ **Función dependiente** de variables **independientes**
 $f(x) = x$ $f(x) = x^2$ $f(x, y) = yx^2$

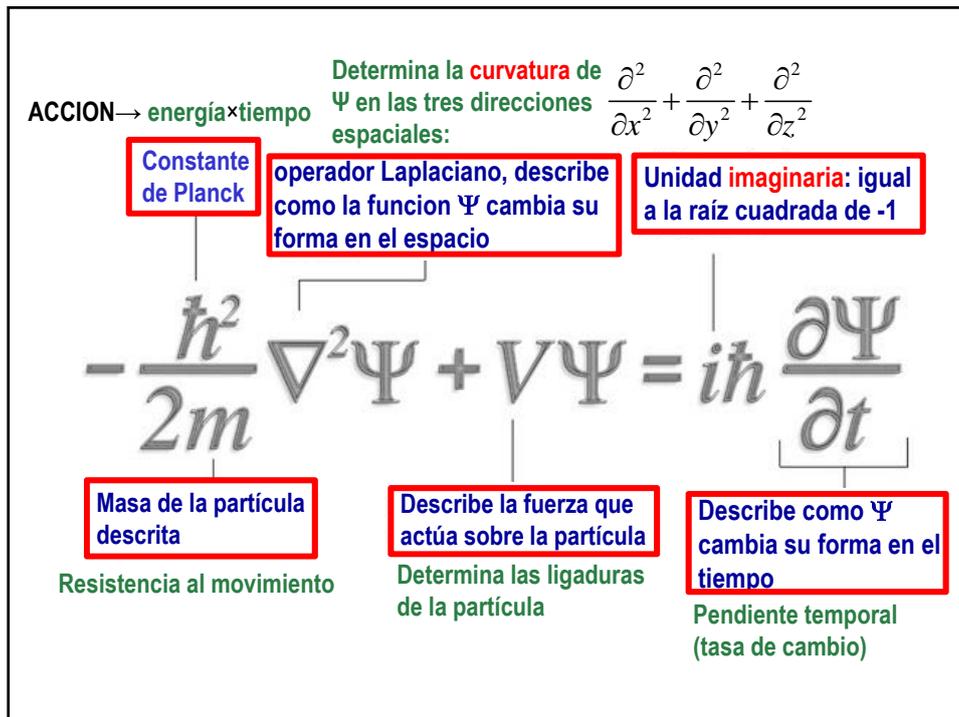
a **Escalar**

$$\hat{H}\Psi = a\Psi$$

\hat{H} Cualquier propiedad observable de un *sistema físico* (energía, posición, ...)

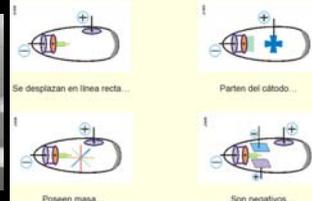
Ψ **Representación matemática** de un sistema físico que contiene *toda la información posible* sobre él.

a *Únicos valores exactos posibles* que puede tener la propiedad **H** representada por \hat{H}



Propiedades descubiertas

- **Descubrimiento** del electrón en la década de **1890**, basado en varios experimentos independientes **se asignaron** al electrón **una carga negativa e** y **una masa m**,



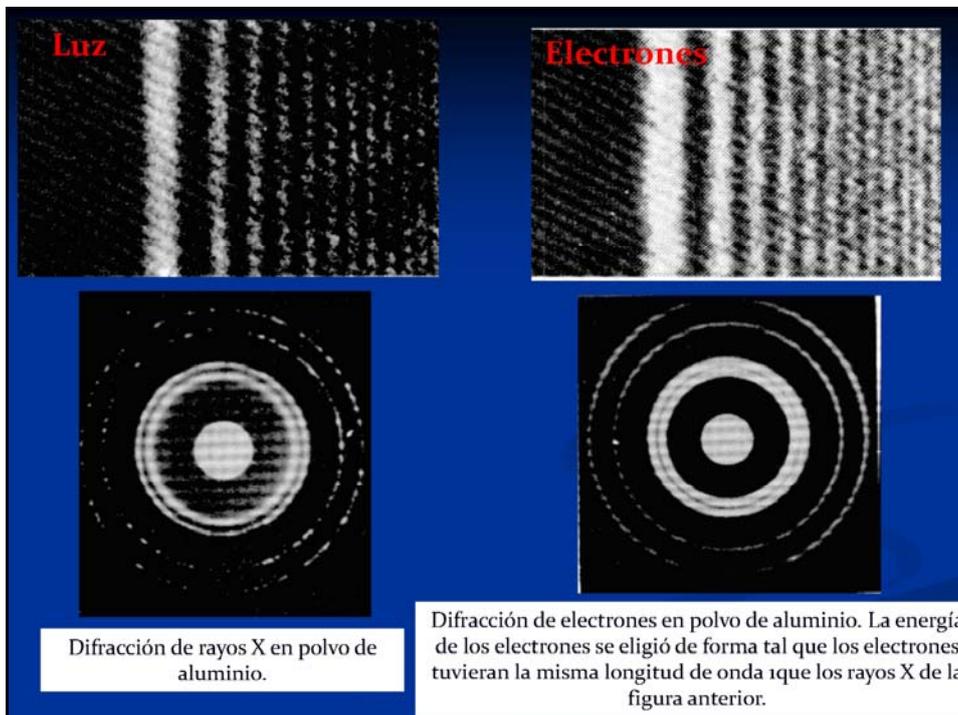
- Reconocimiento y verificación del **aumento de la masa efectiva con la velocidad** en **1905** y **1906**.
- Asignación de la **longitud de onda Compton** $\lambda_c = h/(mc)$ al **electrón** a partir de la **dispersión de los rayos X por electrones libres** en **1923**,

$$\frac{h}{m_e c} = \frac{hc}{m_e c^2} = \frac{1240 \text{ eV nm}}{0,511 \text{ MeV}} = 0,00243 \text{ nm}$$

Longitud de onda Compton para el electrón.

Es equivalente a la **longitud de onda de un fotón** cuya **energía coincide con la masa de la partícula**.

- Hipótesis de las **propiedades ondulatorias del electrón** por de Broglie en **1924**, $\lambda = h/(mv)$. Fue **verificada** por el experimento de **C.J. Davisson** y **L.H. Germer** de difracción de electrones por cristales en **1927**, e independientemente por **G.P. Thomson** en **1928**,

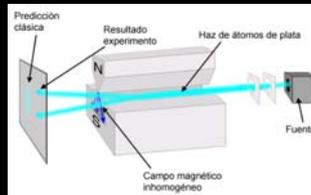


Difracción de rayos X en polvo de aluminio.

Difracción de electrones en polvo de aluminio. La energía de los electrones se eligió de forma tal que los electrones tuvieran la misma longitud de onda que los rayos X de la figura anterior.

- Postulado del **concepto del electrón giratorio** en 1925 y 1926 por **G. Uhlenbeck** y **S. Goudsmit**, en el que el **momento angular de espín** de $\frac{1}{2}\hbar$ y **momento magnético** $\frac{1}{2}(e\hbar/mc)$ fueron asignados al electrón,

Experimento
de
Stern y Gerlach
1922



Propuesta de
G. Uhlenbeck y
S. Goudsmit
1925-1926

- El **descubrimiento** de la **ecuación de Dirac** en 1928,
- La derivación del **Zitterbewegung** del electrón en 1930; mediante el análisis de la ecuación de Dirac en la representación matricial de Heisenberg, **E. Schrödinger** llegó a la conclusión de que **debe de haber un movimiento oscilatorio asociado al electrón libre de Dirac**, al que denominó **Zitterbewegung (zimbra o cabeceo?)**,
- **Predicción** del **antielectrón (positrón)** por P. Dirac en 1931, que fue **descubierto** por C. Anderson en 1932,
- Existencia de un **momento magnético anómalo del electrón**, que fue puesto en duda por **G. Breit** en 1947 y **determinado experimentalmente** por **P. Kusch** y **H.M. Foley** en 1948.

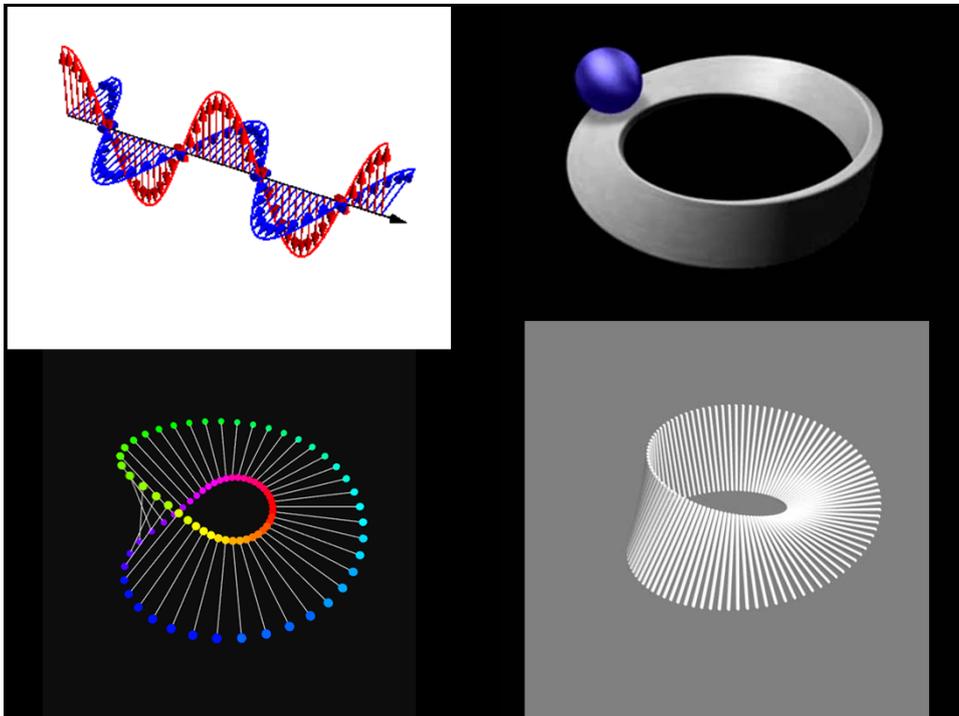
MODELOS

Durante más de **120 años**, los físicos se han dado cuenta de que **la comprensión de los electrones** es importante para el desarrollo de la ciencia.

La mayoría de los físicos han adoptado las **matemáticas relativistas** y las **leyes del azar** como principios rectores para predecir los fenómenos naturales.

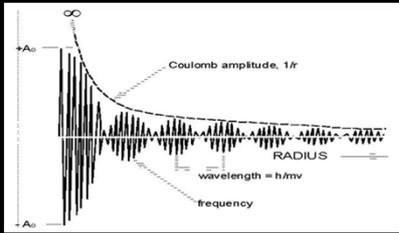


Sin embargo, **una pequeña minoría**, en su mayoría ignorada, siguió buscando el orden en el universo con modelos y teorías basadas en la **causalidad** y la convicción de que se podía descubrir y validar una **descripción determinista** de la materia en **términos físicos**.



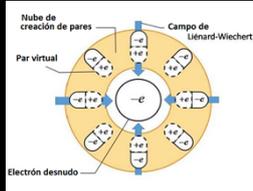
¿ES POSIBLE HACERSE UNA IMAGEN DEL ELECTRÓN?

EL DESCONCIERTO ANTE LO MUY PEQUEÑO

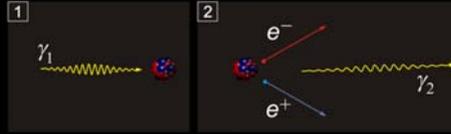


	mass → ≈2.3 MeV/c ² charge → 2/3 spin → 1/2 u up	mass → ≈1.275 GeV/c ² charge → 2/3 spin → 1/2 c charm	mass → ≈173.07 GeV/c ² charge → 2/3 spin → 1/2 t top	mass → 0 charge → 0 spin → 1 g gluon	mass → ≈126 GeV/c ² charge → 0 spin → 0 H Higgs boson
QUARKS	mass → ≈4.8 MeV/c ² charge → -1/3 spin → 1/2 d down	mass → ≈95 MeV/c ² charge → -1/3 spin → 1/2 s strange	mass → ≈4.18 GeV/c ² charge → -1/3 spin → 1/2 b bottom	mass → 0 charge → 0 spin → 1 γ photon	
	mass → 0.511 MeV/c ² charge → -1 spin → 1/2 e electron	mass → 105.7 MeV/c ² charge → -1 spin → 1/2 μ muon	mass → 1.777 GeV/c ² charge → -1 spin → 1/2 τ tau	mass → 91.2 GeV/c ² charge → 0 spin → 1 Z Z boson	GAUGE BOSONS
	LEPTONS mass → <2.2 eV/c ² charge → 0 spin → 1/2 ν_e electron neutrino	mass → <0.17 MeV/c ² charge → 0 spin → 1/2 ν_μ muon neutrino	mass → <15.5 MeV/c ² charge → 0 spin → 1/2 ν_τ tau neutrino	mass → 80.4 GeV/c ² charge → ±1 spin → 1 W W boson	

La imagen que se asume en la **QED** sobre el electrón es que consiste en un “centro” ideal (o “core”) rodeado de **pares electrón-positrón** y **fotones virtuales** (γ_v) que son **emitidos** y **absorbidos** constantemente.



Creación de pares electrón-positrón



Esta sería una imagen muy simplificada, porque puede haber otra muchas cosas rodeando al **centro del electrón** (en absoluto un punto ideal).

A este “centro” o “núcleo desprovisto” del electrón “que absorbe y emite” es lo que suele llamarse en física de partículas elementales “**electrón desnudo**”, que posee un radio con valor aproximadamente igual a

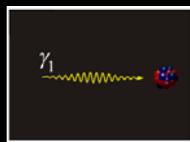
$$r_s = 1,353 \times 10^{-57} \text{m} \text{ (radio de Schwarzschild).}$$

Si se le añade toda la **cohorta de fotones** y demás **partículas virtuales** lo que tenemos es el electrón físico o “**electrón vestido**” ($r \sim 10^{-24} \text{m}$).

$10^{-57} \rightarrow 0.001$
 $10^{-24} \rightarrow 0.00000000000000000000000000000001$

Según la **QED** la **fuerza electromagnética**, tiene su origen en el **intercambio** de **fotones virtuales** (γ_v).

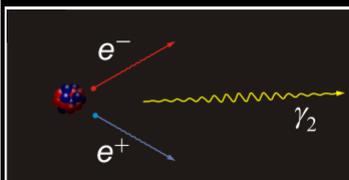
Estos **intercambios** son los que empujan a los electrones a través de los conductores y los dispositivos electrónicos, mantienen ligados los electrones a los núcleos, originan los campos magnéticos naturales o artificiales y, en definitiva, **son la causa de todos los fenómenos electromagnéticos**.



Es característica la reacción $2\gamma \rightarrow e^+ + e^-$, donde el fotón debe tener, al menos, una energía igual a la masa del electrón y el positrón (ambos tienen una energía en reposo de 511 KeV), es decir, **1,022 KeV** ó **1,022 MeV**, para poder generar las partículas.

Generalmente este proceso viene seguido del inverso, en el que el **positrón generado se aniquila con un electrón de la materia que existe alrededor**: $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$,

Para que se dé este proceso de creación de pares es imprescindible que exista en las cercanías del fotón inicial un núcleo, cuya presencia es la que permite que se cumplan las leyes de conservación de momento y energía



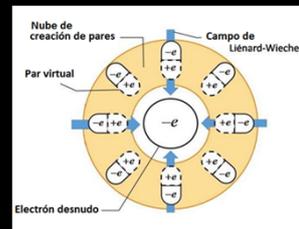
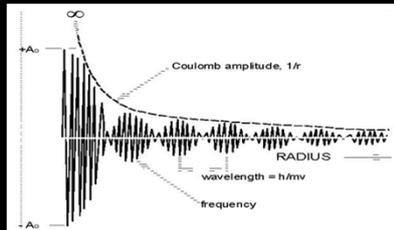
La imagen que la **QED renormalizada** da acerca de la naturaleza de las partículas cargadas es bastante exótica. Por ejemplo, los cálculos *muestran al electrón rodeado de fotones virtuales*, de pares e^-e^+ y de otras entidades, constantemente apareciendo y desapareciendo.

Este enjambre, es el llamado **electrón vestido** y el electrón desde donde sale toda esta circunstancialidad es el **electrón desnudo**.

Para que todo coincida entre cálculos y medidas, **la carga eléctrica del electrón desnudo ha de tener un valor infinitamente pequeño**, conocido como **valor "renormalizado"** de la carga.

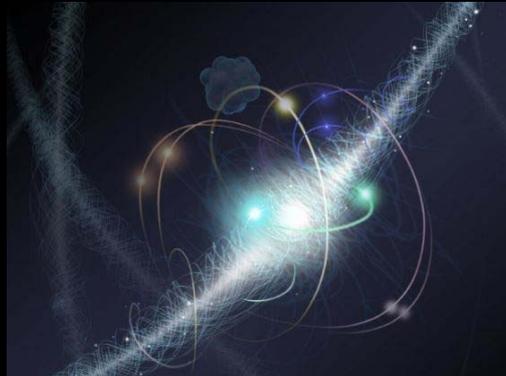
La carga eléctrica que experimentalmente se asigna al electrón, con un valor mucho mayor al de la **carga renormalizada**, sería la carga correspondiente al **electrón vestido**.

Lo mismo ocurre con la **masa del electrón**. Se considera una masa infinitesimal (o renormalizada) para el electrón desnudo y una masa que coincide con la masa experimental para el electrón vestido.



Nuevamente, **nos hacemos la siguiente pregunta:**

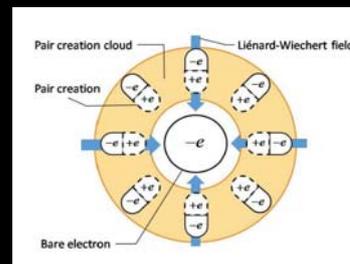
Siendo así que una entidad tan elemental como el **electrón** puede existir tanto en la forma **vestida** como **desnuda**, envuelto y acompañado por una **nube** con un número **siempre indeterminado** de objetos virtuales que aparecen y desaparecen, **¿puede afirmarse categóricamente que dos electrones son idénticos e indiscernibles?**



EL ELECTRÓN: UN CUANTÓN MISTERIOSO



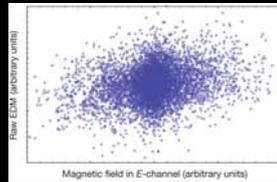
Electrón compuesto de ondas (**fotones**) **electromagnéticas** IN y OUT. Diagrama de las ondas internas y externas superpuestas de un electrón. La **envoltura** de las ondas electrónicas se observa en el laboratorio como el **potencial de carga**. El **potencial coulombiano** y el **electrón de onda** son los mismos en un radio suficientemente grande, pero cerca del centro sólo **el modelo de onda** coincide con el experimento.



El nuevo modelo del electrón. El electrón desnudo viste la fluctuación del vacío QED como si fuera una carga.

Esta fluctuación proviene de la **dispersión fotón-fotón**, que es el diagrama del bucle 1 de fermión, con dos fotones entrantes y dos fotones salientes. Este "**vestido**" tiene una carga resultante **positiva**.

7. Su forma parece **aproximadamente esférica**

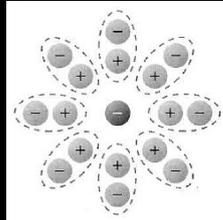


Improved measurement of the shape of the electron; J. J. Hudson, D. M. Kara, I. J. Smallman, B. E. Sauer, M. R. Tarbutt & E. A. Hinds; *Nature*, vol **473**, 493-496 (2011)

8. Posee una envoltura que podría calificarse como **dinámica**

Esta envoltura está formada por pares virtuales **electrón-positrón** en constante interacción (creación-aniquilación), siempre en el dominio del Principio de Indeterminación de Heisenberg para la **energía** y el **tiempo**.

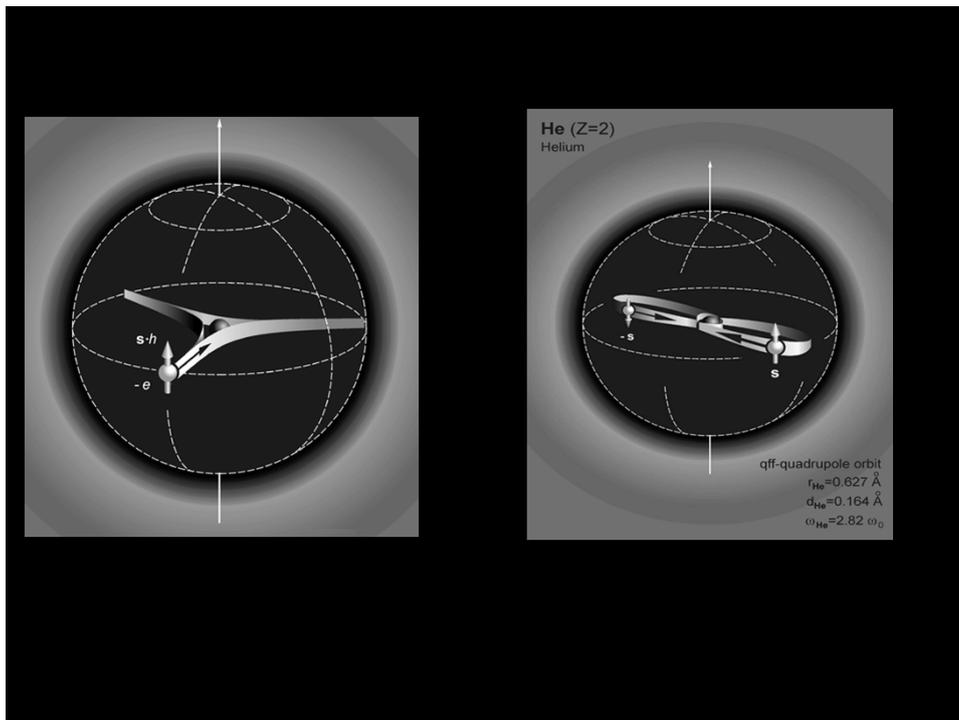
El resultado, siempre la superficie externa de la “envoltura” **aparece como una carga eléctrica negativa**:



Dado el carácter dinámico de la “envoltura” de **apantallamiento** y el contexto de **indeterminación** en el que se desarrolla (**número** y **tipo** de pares) **¿puede decirse categóricamente que dos electrones son idénticos?**

En consecuencia:

1. Los electrones presentan una serie de **propiedades aparentes (carga, masa, espín, momento magnético)** que se mantienen, en general, idénticas para todos ellos (**en toda circunstancia dinámica**).
2. Sin embargo, hay evidencias, de que a niveles más profundos (envoltura de apantallamiento), tienen lugar **múltiples y desconocidos procesos de formación y aniquilación de partículas virtuales** (dinámica interna, **$e^+e^- \leftrightarrow \gamma\gamma(\gamma)$**), que son imposibles de dilucidar con los conocimientos y experiencias actualmente disponibles: **dos fermiones se transforman en un bosón, y viceversa**.
3. Esta última cuestión nos lleva a **dudar de la posible identidad individual** de estos cuantones que, se supone, **son los más elementales** de los que aparecen en la naturaleza.
4. Así, podría decirse que el término **electrón** sería más bien un **epónimo** que **el nombre de una partícula** concreta.
5. **¿Son totalmente indiscernibles entre sí? ¿El espín es propio del electrón desnudo o de la corona de apantallamiento? ¿Cómo influye el estado de reposo o movimiento en la corona de apantallamiento? ¿Cuál es la composición del “core” interno del electrón? ¿Qué significado tiene que se asimile a un agujero negro de Kerr, con radio de $1,353 \times 10^{-57} \text{m}$?**



1. El electrón procede de la luz, en la reacción de producción de pares:

$$\gamma \leftrightarrow e^+e^-$$

2. Podemos **difractar** electrones, según el experimento de **Davissón-Germer** y el experimento de difracción de **Thomson-Reid**.

3. Podemos **refractar** electrones,

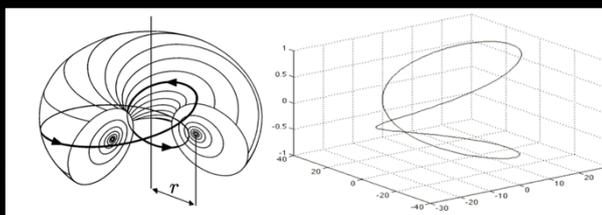
4. Podemos hacer **óptica electrónica** con electrones, y

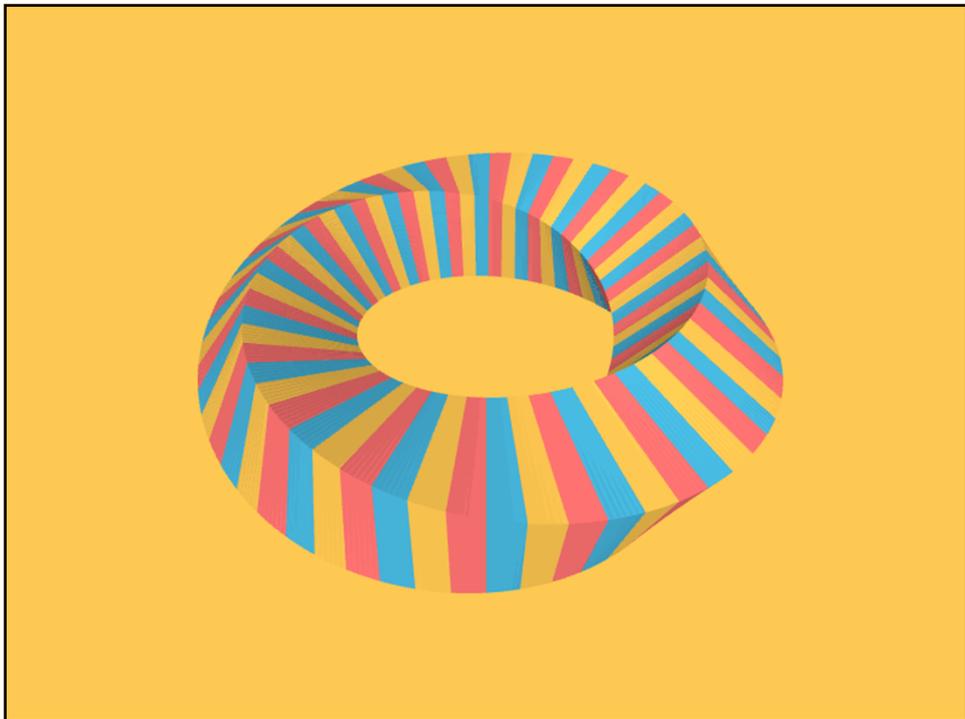
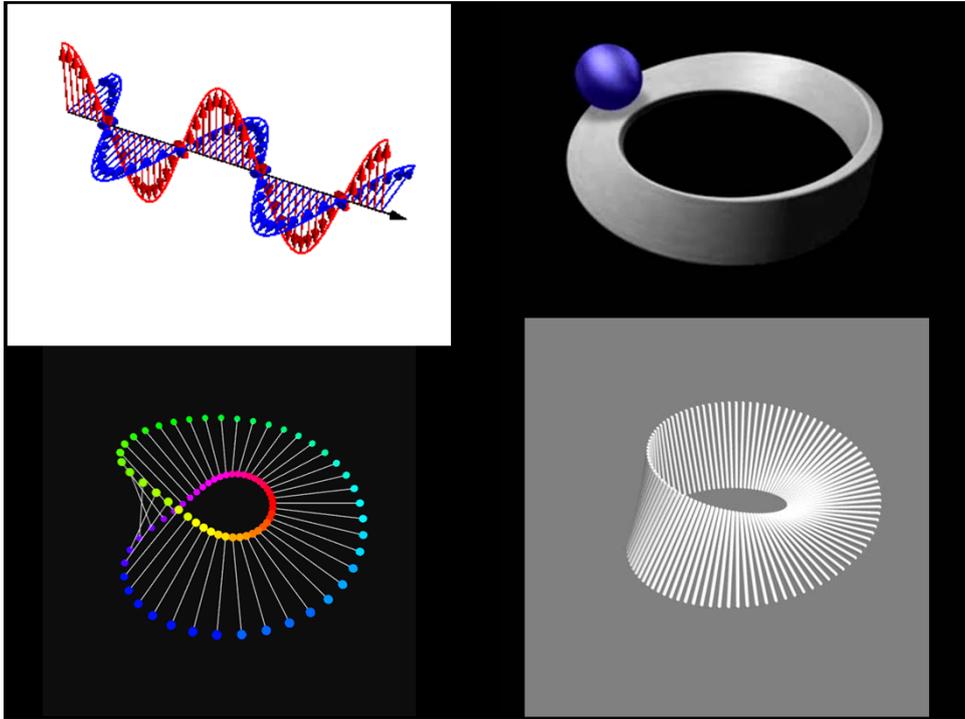
5. Cuando **aniquilamos el electrón con un positrón**, lo que obtenemos es luz.

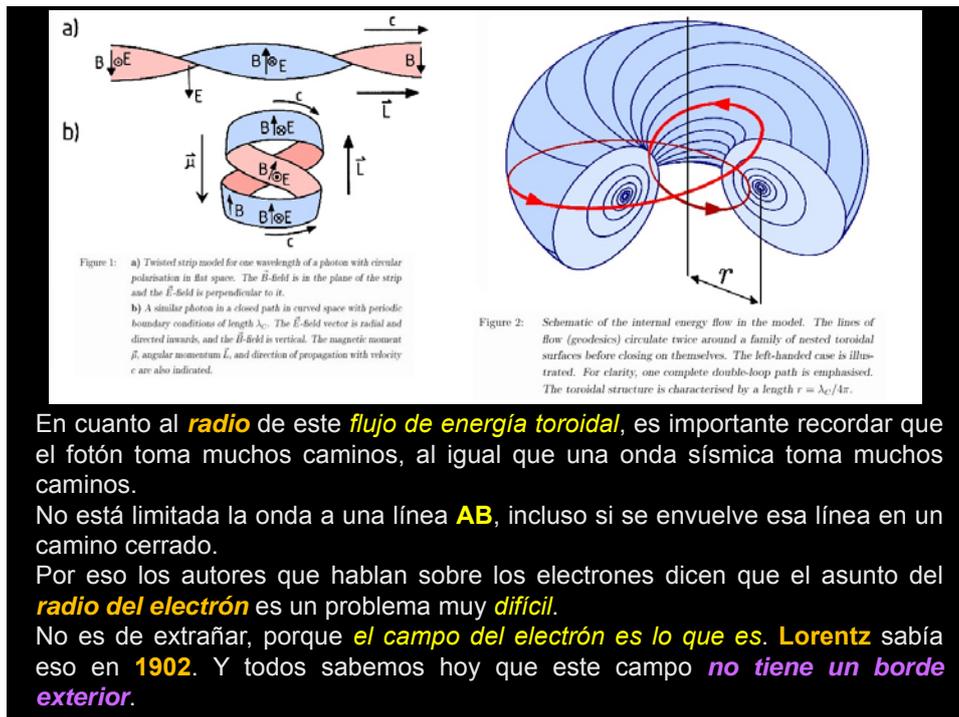
¡La cosa es elemental, mi querido Watson!. ¡**Lo que está dando vueltas y vueltas es una onda electromagnética (la luz)!** Sólo que cuando lo hace, ya no la llamamos **fotón**. La llamamos **electrón: un fotón de 511 KeV, con topología toroidal**.

John Williamson y **Martin van der Mark** escribieron un artículo en **1991** con el siguiente título: **¿Es el electrón un fotón con topología toroidal?** La respuesta es **sí**

Y no son los únicos que se hacen estas preguntas. Véase también el artículo de **Qiu-Hong Hu** de **2005** "**La naturaleza del electrón**".







En cuanto al **radio** de este **flujo de energía toroidal**, es importante recordar que el fotón toma muchos caminos, al igual que una onda sísmica toma muchos caminos.

No está limitada la onda a una línea **AB**, incluso si se envuelve esa línea en un camino cerrado.

Por eso los autores que hablan sobre los electrones dicen que el asunto del **radio del electrón** es un problema muy **difícil**.

No es de extrañar, porque **el campo del electrón es lo que es. Lorentz** sabía eso en **1902**. Y todos sabemos hoy que este campo **no tiene un borde exterior**.

El campo se vuelve cada vez más débil con la distancia desde el centro, pero no se acaba. Entonces, **¿por qué se piensa que el electrón tiene un radio?** ¿Porque Lorentz usó la expresión **$m=e^2/r_0c^2$** ?

En la teoría de Maxwell sobre los vórtices moleculares, podemos encontrar la respuesta. Veamos la imagen de un huracán. Tiene un **radio de viento máximo**, que se encuentra justo en el centro. El **ojo** de la tormenta tiene un **radio**, pero el radio del ojo no es del tamaño de la tormenta. El ojo está donde no hay viento. Donde no hay **tormenta**:



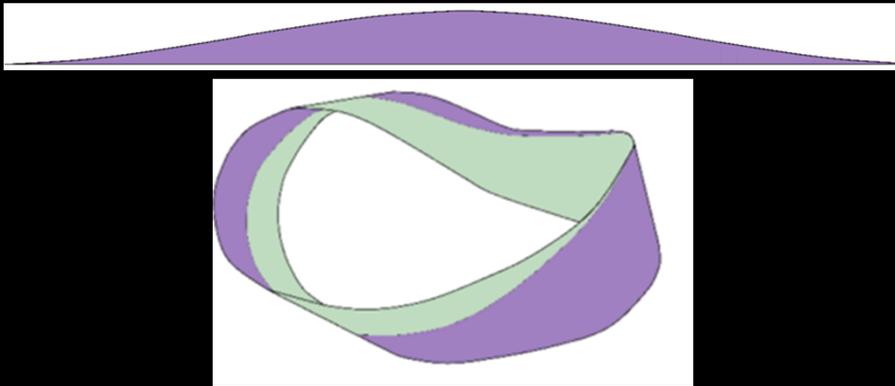
De forma similar, el **radio clásico del electrón** no es del tamaño del electrón, ni tampoco del tamaño de ningún otro radio.

Incluso el radio de Compton no es del tamaño del electrón. Tampoco la longitud de onda de Compton.

Wilczek dijo que "el electrón es efectivamente una bola giratoria de carga y, como el electromagnetismo nos dice, genera un campo magnético dipolar. El tamaño de esa bola puede estimarse en aproximadamente $2,4 \times 10^{-12}$ metros".

Sin embargo, el electrón **NO es una bola de carga giratoria**. Es **UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA** dando vueltas y vueltas, que *parece una bola de carga*. La longitud de onda es de 2.426×10^{-12} metros, pero la onda se contorsiona dos veces alrededor de su trayectoria, dando $\frac{1}{2}$ giro (como una cinta de Moebius).

Por eso la variación del campo electromagnético *se ve* como un campo quieto todo alrededor y semejante, por lo tanto, a una partícula cargada.



El radio del "ojo de la tormenta" para esta **onda electromagnética estacionaria** es la **longitud de onda de Compton** dividida por 4π .

No es un vórtice en el flujo de un fluido, como en un ciclón o en un anillo de humo. Es un vórtice de energía de tensión, un vórtice óptico, un flujo de energía.

Pero tiene un **giro intrínseco**, al igual que un tornado tiene un giro intrínseco. Eso es lo que lo hace ser lo que es. Si se le quita la rotación a una moneda que gira, sigue siendo una moneda, pero si se le quita la rotación a un tornado, ya no es un tornado. Todo lo que se tiene es viento.

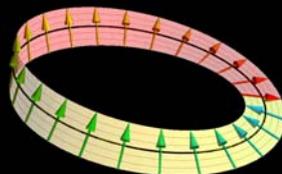
Es igual para el electrón. **Si se elimina la rotación en la onda de un electrón ya no es un electrón. Todo lo que queda es luz.**

Porque el electrón es un "espinor", y un **espinor** hace lo que dice en la etiqueta: "Los **espinores** fueron introducidos en la geometría por **Élie Cartan** en 1913.

En los años 20 los físicos descubrieron que los espinores son esenciales para describir el momento angular intrínseco, o 'espín', del electrón y otras partículas subatómicas".



Un **espinor** visualizado como un vector que apunta a lo largo de una banda de Möbius, exhibiendo una inversión de signo cuando el círculo (el "sistema físico") se gira continuamente durante un giro completo de 360° .



Espinor (<https://es.wikipedia.org/wiki/Espinor>)

En geometría y física, los espinores son elementos de un espacio vectorial (complejo) que pueden asociarse con el espacio euclídeo.

Al igual que los vectores geométricos y los tensores de forma más general, los espinores se transforman linealmente cuando el espacio euclídeo se somete a una leve rotación (de carácter infinitesimal).

Sin embargo, cuando se compone una secuencia de tales pequeñas rotaciones (integradas) para formar una rotación final general, la transformación del espinor resultante depende de la secuencia de rotaciones pequeñas que se hayan aplicado: al contrario que los vectores y los tensores, un espinor se transforma en su opuesto cuando el espacio se gira continuamente a través de un giro completo de 0° a 360° . Esta propiedad caracteriza a los espinores: se pueden ver como las raíces cuadradas de los vectores.



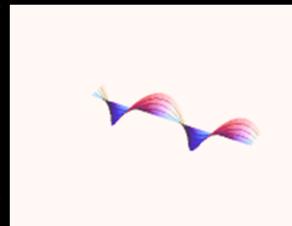
Una rotación gradual se puede visualizar como una cinta en el espacio.

Dos rotaciones graduales con diferentes clases, una a 360° y una a 720° se ilustran aquí en la prueba del truco del plato.

Una solución de la prueba es una manipulación continua del cinturón, que fijando los puntos finales, lo desenrosca.

Esto es imposible con la rotación de 360° , pero es posible con la rotación de 720° .

Una solución, mostrada en la segunda animación, da una homotopía explícita en el grupo de rotación entre la rotación de 720° y la rotación identidad de 0° .



El electrón es un espinor de onda estacionaria

El *electrón es un espinor*, con un espín intrínseco que lo convierte en lo que es: *una onda estacionaria*.

Por lo tanto, en las órbitas atómicas los electrones "existen como *ondas estacionarias*".

Y fuera de las órbitas atómicas, los electrones siguen existiendo como *ondas estacionarias*.

Onda estacionaria, campo estacionario. Como dijo **Wilczek**, "*la descripción mecanocuántica apropiada de los electrones implica funciones de onda, cuyos patrones de oscilación son ondas estacionarias*".

Por ello la hipótesis de **De Broglie** se refiere a la *naturaleza ondulatoria* de la materia, NO a la naturaleza puntual de la materia. Por eso, después de destacar una acotación de Hermann Weyl, **Erwin Schrödinger** propuso la ecuación independiente del tiempo que "*predice que las funciones de onda pueden formar ondas estacionarias*". Por eso podemos *difractar* electrones. Incluso podemos *refractarlos*, según el artículo de **Ehrenberg** y **Siday** de 1949.

El índice de refracción en la óptica electrónica y los principios de la dinámica. Ese es el documento que predijo lo que ahora se conoce como el efecto **Aharonov-Bohm**. Eso data de **1959**, y demuestra que el cuatro-potencial electromagnético es lo más fundamental, **NO** las partículas puntuales.